

Elektrostatik/Magnetostatik (P2a, Teil 2), SS 2013

Vorlesung: Prof. Dr. H. Winter, Prof. Dr. I. Sokolov

Übungen: Dr. M. Busch, Dr. J. Seifert, C. Schmeltzer, Dr. A. Straube

URL: <http://www.hu-pgd.de> (→ Lehre → Elektrostatik/Magnetostatik)

Übungsblatt 10: Elektrische Felder, Energie und Ladungsverteilungen

Ausgabe: 18.06.2013

Abgabe: Vor Beginn der Übung am 25.06.2013

1. Aufgabe: (6 Punkte) Homogen geladene Kugel

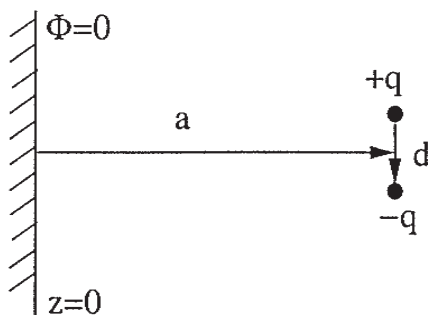
- a) Bestimmen Sie das Potential und das elektrische Feld einer homogen geladenen Kugel mit Gesamtladung Q und Radius R durch direktes Lösen der Poisson-Gleichung ($\Delta\Phi = -\rho/\epsilon_0$) in Kugelkoordinaten. Um die Integrationskonstanten zu finden, verwenden Sie als Randbedingungen $|\Phi(r)| < \infty$, $\Phi(r \rightarrow \infty) \rightarrow 0$; für $r = R$ müssen $\Phi(r)$ und $\Phi'(r)$ stetig sein.

Hinweis: Es ist aus Symmetriegründen $\Phi(\mathbf{r}) = \Phi(r, \vartheta, \varphi) = \Phi(r)$ (Zentralpotential) und die Poisson-Gleichung reduziert sich auf eine gewöhnliche Differentialgleichung mit dem Laplace-Operator

$$\Delta = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d}{dr} \right) = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr}.$$

- b) Rechnen Sie die Energie W des elektrischen Feldes aus und schätzen Sie den klassischen Radius eines Elektrons ab. Hinweis: Wenden Sie die Beziehung $W = mc^2$ an.

2. Aufgabe: (5 Punkte) Dipol über Metalloberfläche



Betrachten Sie einen Dipol, bestehend aus zwei entgegengesetzten Ladungen $\pm q$ im Abstand \mathbf{d} , wobei \mathbf{d} parallel zur Metalloberfläche ausgerichtet ist. Der Mittelpunkt zwischen den Ladungen ist mit dem Abstand a von einer geerdeten Metalloberfläche entfernt (siehe Abbildung).

- a) Geben Sie für diese Konfiguration das elektrische Potential an einem beliebigen Punkt \mathbf{r} exakt und in Dipolnäherung an.
- b) Nutzen Sie die Dipolnäherung, um die auf der Oberfläche induzierte Flächenladungsdichte und die induzierte Ladung zu bestimmen.

[bitte wenden]

3. Aufgabe: (4 Punkte) Ladungsverteilung

Eine Kugelschale mit Innenradius a und Außenradius $b > a$ mit Mittelpunkt im Ursprung trägt die Ladungsdichte $\rho(r) = A/r$ für $a < r < b$. Zusätzlich wird im Ursprung eine Punktladung Q angeordnet. Wie muss Q in Abhängigkeit von a , b und A gewählt werden, damit das elektrische Feld in der Kugelschale überall den gleichen Betrag hat?

4. Aufgabe: (keine Pflichtaufgabe, 4 Zusatzpunkte) Abgeschirmtes Potential

Bestimmen Sie die Ladungsverteilung, die das (abgeschirmte) Yukawa-Potential

$$\Phi(r) = \frac{q}{r} \exp\left(-\frac{r}{a}\right)$$

erzeugt.